

Diplomhauptprüfung / Bachelor- bzw. Masterprüfung

"Nichtlineare Regelungssysteme"

16. September 2014

Aufgabenblätter

Die Lösungen sowie der vollständige und nachvollziehbare Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Nur diese werden bewertet. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät.

Bitte tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem ersten Lösungsblatt ein, und geben Sie am Ende der Prüfung die Lösungsblätter ab.

1. Aufgabe

Für die Modellierung von Systemen mit verteilten Parametern werden immer häufiger „fraktionale“ Systeme verwendet. Diese Systeme werden mithilfe nicht-ganzzahliger Ableitungen definiert. Eine mögliche Definition einer fraktionalen Ableitung nach Riemann-Liouville lautet (für $0 < \alpha < 1$, mit $\alpha = \text{const}$ und $\Gamma(1 - \alpha) = \text{const}$):

$${}_a D_t^\alpha (f(t)) = \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \frac{d}{dt} \int_a^t (t - \tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau$$

- a) Was muss geprüft werden, um herauszufinden, ob ein Übertragungsglied linear bzw. nichtlinear ist? Geben Sie hierzu eine allgemeine Gleichung an und machen Sie eine Aussage, in welchem Fall Linearität gegeben ist!
- b) Überprüfen Sie anhand der Bedingung aus Aufgabenteil a), ob die fraktionale Ableitung einer Größe $y(t) = {}_a D_t^\alpha (u(t))$ nach Riemann-Liouville linear oder nichtlinear ist!

Im Folgenden werden nichtlineare Kennlinienglieder betrachtet. Gegeben sind die Signalverläufe der Eingangssignale $e(t)$ und der Ausgangssignale $u(t)$ der drei Systeme (A), (B) und (C) aus Abbildung 1.

- c) Zeichnen Sie mithilfe der gegebenen Signalverläufe die Kennlinien der nichtlinearen Übertragungssysteme in die auf den Lösungsblättern vorbereiteten Diagramme!

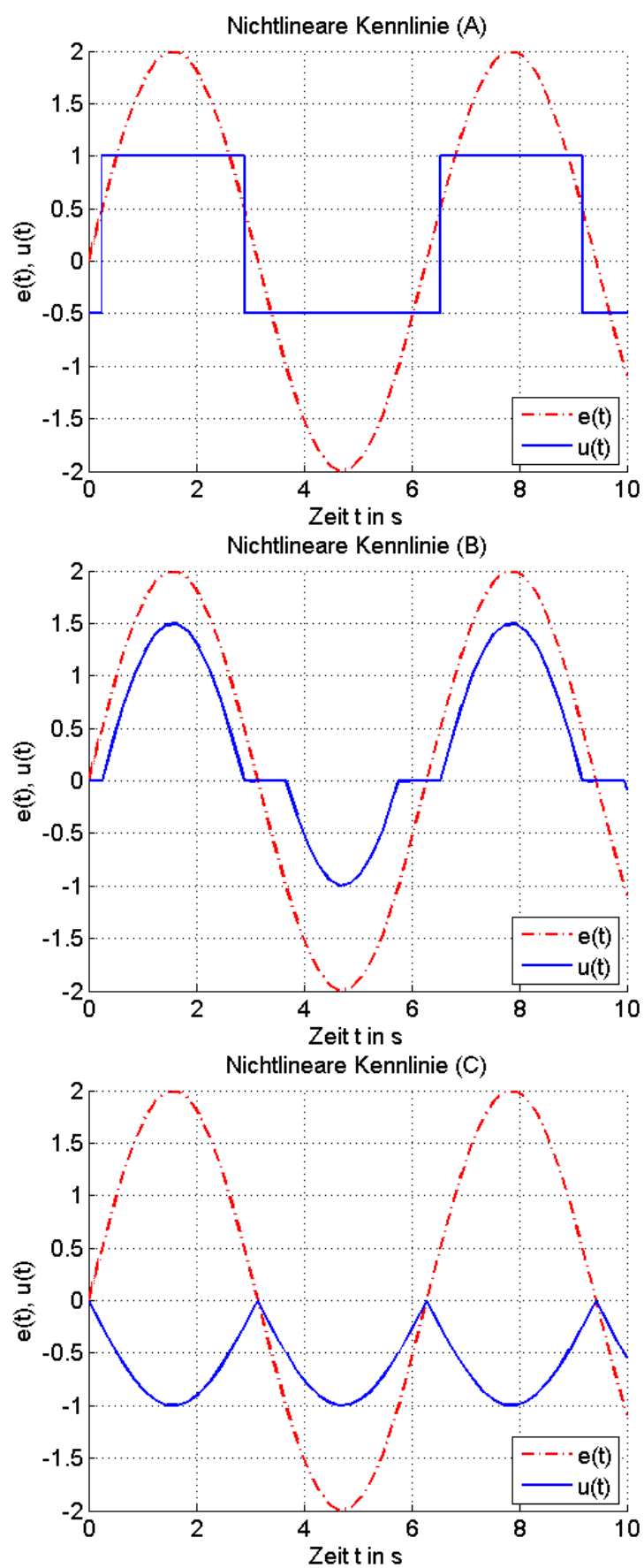


Abbildung 1: Ein- und Ausgangsverläufe der Systeme (A), (B) und (C)

2. Aufgabe

Gegeben ist der nichtlineare Standardregelkreis aus Abbildung 2 mit der abgebildeten nichtlinearen Kennlinie sowie der Strecken-Übertragungsfunktion $L(s) = \frac{K}{(s+2)^2 s}$. Es seien folgende Werte gegeben: $a = 1$; $b = 3$; $c = 1$; $d = 1,5$; $f = 3,5$

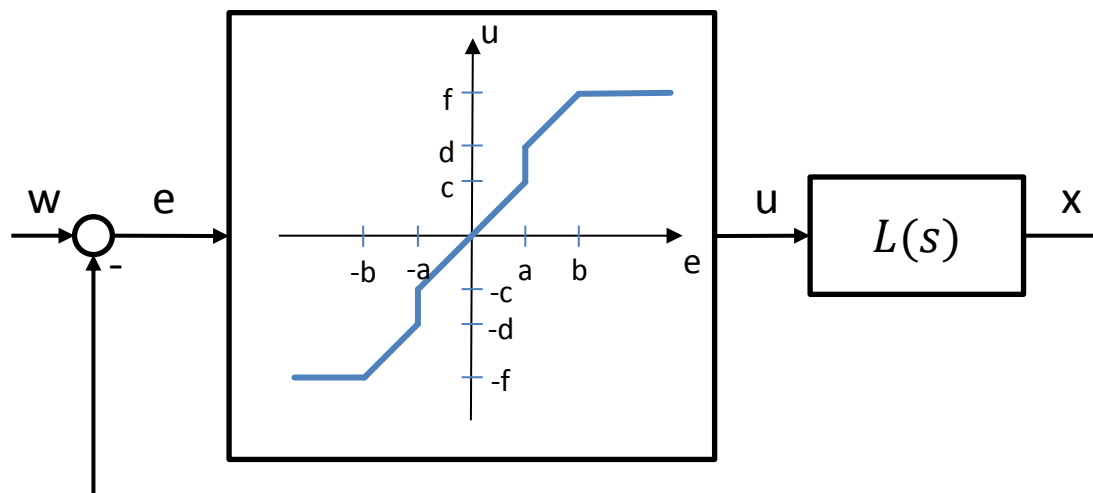


Abbildung 2: Nichtlinearer Regelkreis

- a) Berechnen Sie die Beschreibungsfunktion $N(A)$ des nichtlinearen Übertragungsglieds.

Hinweis: Überlegen Sie sich zuerst, aus welchen Ihnen bekannten Nichtlinearitäten sich die Kennlinie zusammensetzt.

- b) Überprüfen Sie die Monotonie der Beschreibungsfunktion $N(A)$ für $1 < e < 3$. Geben Sie an, wo sich der/die Extremwert(e) befinden, falls vorhanden.
- c) Skizzieren Sie qualitativ sowohl die Ortskurve des nichtlinearen Teilsystems als auch charakteristische Ortskurven des linearen Teilsystems in das vorbereitete Diagramm.

Hinweis: $N(A)$ für $A \geq 3$ ist für wachsendes A eine monoton fallende Funktion.

(Sollten Sie die vorherigen Aufgabenteile nicht lösen können, rechnen Sie im Folgenden mit der einfachen Begrenzungskennlinie (*s. Formelsammlung mit: $m = a = b = 1$*) weiter)

- d) Welche Arten von Schwingungen können auftreten?
- e) Berechnen Sie den Wertebereich für K , der zu einer stabilen Ruhelage führt.

Hinweis: Gehen Sie von $\frac{\pi}{1+\pi} \approx \frac{3}{4}$ aus.

3. Aufgabe

Das System

$$\dot{x}_1 = -3x_1x_2 - 2x_2^2x_3 - x_3 + u_1 + u_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + x_3 + u_2$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + x_2x_3$$

$$y_1 = x_2$$

$$y_2 = x_3^2$$

soll im Folgenden untersucht werden.

- a) Bestimmen Sie die Differenzordnung des Systems.
- b) Prüfen Sie, ob das System entkoppelbar ist!

Der Arbeitspunkt des Systems liegt bei: $\underline{x} = (2\pi, 0, 8)^T$.

- c) Berechnen Sie den Regler $\underline{r}(\underline{x})$ der Entkopplungsregelung. Legen Sie dabei alle frei wählbaren Pole auf $\lambda = -2$.
- d) Entwerfen Sie ein geeignetes Vorfilter!
- e) Skizzieren Sie die Struktur des gemäß Aufgabenteil c) und d) geregelten Systems und wählen Sie neue Zustandsgrößen x_i^* für das entkoppelte System. Geben Sie dann eine mögliche Zustandsraumdarstellung der Form

$$\dot{\underline{x}}^* = \underline{A}\underline{x}^* + \underline{B}\underline{w}$$

an.

4. Aufgabe

Gegeben sei folgendes System:

$$\ddot{x} = \sin x + e^{\dot{x}} - x^2 \dot{x}$$

- a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen mit $x_1 = x$ und $x_2 = \dot{x}$ auf!
- b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems!

Ab hier wird das folgende nichtlineare System betrachtet:

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} x_2 x_3 - x_3^2 \\ -x_2 + 4 \\ -x_1 x_2 + x_1 x_3 \end{bmatrix}$$

- c) Prüfen Sie die Stabilität der Ruhelage $\underline{x}_R = (0, 4, 0)^T$ mit der Methode der ersten Näherung!
- d) Geben Sie für die Ruhelage $\underline{x}_R$ eine Lyapunov-Funktion an, deren Höhenlinien konzentrische Sphären bilden!
- e) Prüfen Sie die Stabilität mit der direkten Methode nach Lyapunov!